

LA RICERCA OPERATIVA

DOCUMENTO DI SINTESI 1

1. Introduzione

Fra i problemi che si presentano nell'economia, nella gestione delle imprese, ma anche nella vita di tutti i giorni, vi sono quelli di decisione e di scelta.

Capita spesso di dover decidere se sia opportuno eseguire una certa azione e, in caso affermativo, di scegliere tra diverse possibili modalità di metterla in atto.

Concretamente si tratta di affrontare problemi di questo tipo: in quale modo una piccola azienda deve programmare la sua produzione? Conviene o no aumentare le scorte di certi materiali? Se sì, di quanto? Con quali mezzi è più conveniente eseguire certi trasporti? Date più persone cui affidare determinati compiti, come assegnare le mansioni in modo da ottenere il massimo rendimento? È opportuno accettare o rifiutare un certo impiego di denaro? Come dobbiamo acquistare gli alimenti in modo da spendere poco e soddisfare, al tempo stesso, le nostre esigenze nutritive?

Molte questioni del tipo ora esemplificato possono essere affrontate mediante tecniche matematiche. L'insieme dei procedimenti e metodi per la risoluzione di problemi che hanno in comune la caratteristica di soddisfare esigenze della vita pratica è detto **Ricerca Operativa**. La nascita di questa disciplina viene fatta risalire al lavoro svolto in Gran Bretagna e negli Stati Uniti, durante la seconda guerra mondiale, dai «Gruppi di Ricerca Operativa» per la risoluzione di problemi bellici, quali, ad esempio, la sistemazione più idonea dei radar per l'avvistamento degli aerei o la collocazione delle mine per intralciare il movimento delle navi nemiche.

La gamma di questioni affrontate nella Ricerca Operativa si è via via estesa, dato che le sue tecniche si sono rivelate efficaci in campi sempre più vasti e diversi, dalla gestione aziendale al traffico, dai trasporti all'impiego di risorse economiche, dalla strategia militare all'urbanistica.

.....**CONTINUA ALLA PAGINA SUCCESSIVA**

Il denominatore comune delle molteplici applicazioni della Ricerca Operativa è la costruzione e l'analisi di **modelli matematici** delle situazioni concrete. Un problema dei tipi esemplificati richiede in genere di *massimizzare* o *minimizzare* una certa quantità i cui valori dipendono da quelli di altre grandezze, dette *variabili di azione*.

La scelta delle variabili di azione appropriate è uno dei passi più impegnativi nell'elaborazione di un modello matematico. Si tratta di introdurre come significative tutte le grandezze che si ritiene abbiano rilevanza per lo studio di un dato processo o di un certo fenomeno, e di trascurare tutto ciò che, in prima approssimazione, non ha diretta influenza. Si evidenzia così la struttura del sistema da indagare analizzando il *campo di variabilità* delle variabili di azione. Come vedremo, le restrizioni alle quali vanno assoggettate le variabili di azione, dette **vincoli**, assumono generalmente la forma di equazioni o di disequazioni.

Il passo successivo consiste nello stabilire in che modo la grandezza da massimizzare o minimizzare (più brevemente: da *ottimizzare*) è legata alle variabili di azione. In molti casi è possibile esplicitare una funzione matematica, detta **funzione obiettivo**, della quale si richiede appunto di determinare il massimo o il minimo.

Se il modello matematico si rivela sufficientemente adeguato (nel senso che non trascura caratteristiche essenziali del fenomeno in esame e le ipotesi su cui è basato sono verificate entro certi limiti di precisione), l'impiego dello strumento matematico consente di pervenire a risultati affidabili; le decisioni possono quindi essere prese con un supporto razionale e non vengono basate solo sull'intuizione e sull'esperienza (le quali, peraltro, sono fondamentali nell'elaborazione del modello più consono ad una data situazione sperimentale).

Nel seguito di questa terza parte del volume esamineremo alcuni capitoli della ricerca operativa che rivestono notevole importanza pratica, presentando alcune tecniche peculiari di questa disciplina. In questo capitolo, invece, ci soffermeremo ad illustrare l'impiego delle funzioni quali strumenti per operare scelte economiche e, soprattutto, per descrivere situazioni apparentemente complesse. I prossimi tre paragrafi, dedicati alle applicazioni della retta, della parabola e dell'iperbole in campo economico, saranno costituiti esclusivamente da esempi, dato che non interverrà alcun nuovo concetto oltre a quelli già appresi. È bene tener presente che i problemi affrontati sono sostanzialmente di due tipi: nel primo si tratta di determinare il massimo o il minimo di una certa quantità (per cui è sufficiente individuare e studiare la funzione obiettivo), nel secondo di operare scelte fra più possibili alternative (per cui il compito è quello di confrontare fra loro diverse funzioni).

LA RICERCA OPERATIVA

DOCUMENTO DI SINTESI 2

]GENERALITÀ

Oggetto della ricerca operativa è la formulazione di strumenti e di tecniche matematiche per la risoluzione di problemi economici.

Questa disciplina è molto vasta e conseguentemente i suoi campi di applicazione sono numerosissimi.

Attenendoci al programma specifico del corso, ci limiteremo a prendere in considerazione solo alcuni tipi di applicazioni matematiche nel campo industriale e commerciale; più precisamente la parte che verrà trattata riguarda l'insieme dei problemi economici e di scelta che l'azienda si trova ad affrontare, e la cui risoluzione può essere facilitata da strumenti e regole matematiche che si identificano nella *programmazione lineare*.

Infatti un problema importantissimo per i dirigenti è proprio quello della programmazione che, se una volta poteva essere trattato da un punto di vista puramente teorico ed informativo, oggi invece è di vitale importanza pratica, non solo per le grandi, ma anche per le medie e piccole aziende. Oggi infatti lo sviluppo tecnologico e l'evoluzione economica e politica provocano in breve tempo notevoli cambiamenti che, se da una parte è difficile prevedere, dall'altra però, sarebbe molto pericoloso non anticipare, o per lo meno tentare di anticipare.

La programmazione matematica è proprio lo strumento aziendale che consente, pur con determinati limiti, di seguire i nuovi ritmi di produzione e di effettuare gli opportuni adattamenti.

Comunque, perché non si sopravvaluti le reali possibilità di questa tecnica, possiamo ricordare una nota affermazione del Keynes:

«Non vi è alcuna base scientifica sulla quale fondare una qualche probabilità non arbitraria...; tuttavia la necessità d'agire e di decidere ci costringe a fare del nostro meglio per sorvolare su queste circostanze».

Per esempio, per risolvere un problema della vita aziendale (come la scelta del tipo di trasporto, la scelta della quantità di un bene da produrre, la determina-

zione della quantità di fattori produttivi da impiegare, la scelta di quale fra due o più prodotti alternativi convenga impiegare), si può usare un procedimento tipico che si può schematizzare nel seguente modo:

1^a fase: si traducono in termini quantitativi i dati economici a disposizione; *

2^a fase: si pone un'ipotesi sull'obiettivo da raggiungere;

3^a fase: si applicano gli strumenti matematici più opportuni;

4^a fase: si discutono i risultati ottenuti.

Vediamo di capire meglio in cosa consistono tali fasi.

In tutti i problemi di decisione economica si deve trovare una grandezza — misuratrice della convenienza — che è condizionata dalle limitazioni delle variabili da cui essa dipende. Tale grandezza, essendo funzione di altre variabili, prende il nome di **funzione obiettivo** (o funzione oggetto); le variabili che rappresentano le varie alternative prendono il nome di **variabili di scelta** (o variabili d'azione); le limitazioni a cui devono sottostare si chiamano **vincoli**.

Una limitazione base del problema è che le variabili d'azione devono assumere valori non negativi (non avendo senso altrimenti). Conseguentemente la rappresentazione grafica si limiterà al primo quadrante.

L'insieme della funzione oggetto e dei vincoli a cui le variabili d'azione devono sottostare formano un insieme di equazioni e disequazioni che costituiscono il *modello matematico del problema*.

I problemi di impostazione economica si traducono tutti in **problemi di scelta**. Il problema di scelta equivale, in generale, a trovare il massimo od il minimo della funzione oggetto.

I problemi di scelta si distinguono in *discreti* e *continui*.

Un problema è continuo quando la variabile d'azione x può assumere un valore qualsiasi in un certo intervallo, quindi tale variabile x può assumere un numero infinito di valori e la soluzione, di conseguenza, viene scelta fra un numero infinito di possibilità.

Un problema è discreto quando la variabile d'azione x può assumere solo un numero finito di valori in un certo intervallo in cui può variare e la soluzione, di conseguenza, viene scelta tra un numero finito di possibilità.

Ad esempio, nel caso in cui la x possa variare nell'intervallo compreso tra zero e uno, se il problema è continuo la x può assumere un valore qualsiasi (es. 0,54; 0,55556, ecc.); se il problema è discreto vuol dire che la x può assumere solo un numero finito di valori. Esempio tipico è quello in cui la x è sottoposta alla limitazione di assumere valori interi e quindi, nel nostro caso, può assumere solo il valore zero o il valore uno.

Se il problema è continuo si ricorre prevalentemente alla rappresentazione grafica; se il problema è discreto si compilano delle tabelle con i valori della funzione oggetto oppure si usa ancora la rappresentazione grafica.

Molto spesso anche se il problema è discreto lo si considera continuo e quindi lo si risolve graficamente con una funzione continua ricordandosi che la discussione deve essere fatta supponendo la x discreta.

* Bisogna ricordare che per avere un risultato attendibile occorre considerare tanti più fattori possibili e quindi elaborare moltissimi dati. Non solo, ma molto spesso si lavora con dati non reali, ma previsti (es. previsione delle vendite) e quindi statistici, il che comporta dei risultati non certi che dovranno essere quindi discussi.

Il quadro dei problemi che si presentano può essere così sviluppato:

<i>Problemi dipendenti da una sola variabile d'azione e in condizioni di certezza con effetti immediati</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{una sola alternativa} \\ \text{più alternative} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{massimo} \\ \text{minimo} \end{array} \right.$
<i>Problemi di scelta in condizioni di certezza con effetti differiti</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{investimenti finanziari} \\ \text{investimenti industriali} \end{array} \right.$	
<i>Problemi di scelta in condizioni di incertezza</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{effetti immediati} \\ \text{effetti differiti} \end{array} \right.$	
<i>Problemi dipendenti da più variabili d'azione: programmazione lineare</i>	$\left\{ \begin{array}{l} \text{massimo profitto} \\ \text{minimo costo} \end{array} \right.$	

Il tipo di problema economico, la sua formulazione, l'obiettivo da raggiungere e quindi, in una certa misura, anche le tecniche di risoluzione saranno diverse a seconda del tipo di contesto economico che si prende come base.

La matematica, così come è proposta, non mette mai in discussione questo, ma assume come data una certa visione della realtà economica presa come assoluta ed oggettiva assumendone fino in fondo la logica.